Математическое моделирование краткосрочного прогноза погоды

Численное моделирование является одним из основных средств для решения задач прогноза погоды и теории климата. Особенно большое значение приобретает проблема численного моделирования при изучении вариаций климата под влиянием естественных и антропогенных факторов и при оценке влияния деятельности человека на окружающую среду. Выбор и обоснование физической моделей для данного класса задач тесно связаны с исследованием фундаментальных вопросов устойчивости, предсказуемости и чувствительности физических системы, состоящей из атмосферы, океана, снежного покрова, континентов и биосферы, которую обычно называют климатической системой. Предсказуемость определяет возможности научно-детерминированного подхода к предсказанию физических процессов и тем самым определяет возможности построения математических моделей для описания и предсказания поведения климатических системы или ее частей. Чувствительность характеризует степень устойчивости этой системы по отношению к вариациям внешних воздействий и внутренних параметров. Если воздействия антропогенных факторов интерпретировать как возмущения, вносимые в систему, то оценку их влияния можно рассматривать как один из прикладных аспектов теории чувствительности.

Задачей краткосрочного прогноза погоды (от нескольких часов до нескольких суток) является задача нахождения нестационарного решения системы нелинейных дифференциальных уравнений гидротермодинамики атмосферы с заданными краевыми и начальными условиями. В задачах долгосрочного прогноза погоды определяются некоторые обобщенные или осредненные характеристики поведения атмосферы. Численный эксперимент по общей циркуляции атмосферы состоит в интегрировании соответствующих уравнений на длительный срок при идеализированных начальных данных. Нахождение стационарного решения или решения с годовым периодом есть численный эксперимент по климатическому фону. Математическая модель для краткосрочного прогноза погоды выглядит в таком виде

$$\frac{\partial u}{\partial t}+m^2\left\{u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right\}+\frac{1}{2}u\left\{u\frac{\partial m^2}{\partial x}+v\frac{\partial m^2}{\partial y}\right\}+$$

$$1)\qquad +\dot{\sigma}\frac{\partial u}{\partial \sigma}=-\frac{\partial \Phi}{\partial x}-RT\frac{\partial \pi}{\partial x}+v\left\{f+\frac{1}{2}\left(u\frac{\partial m^2}{\partial y}-v\frac{\partial m^2}{\partial x}\right)\right\}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}(k_1\frac{\partial u}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial y}(k_2\frac{\partial u}{\partial y})-\frac{g}{mP_s}\frac{\partial}{\partial \sigma}(k_3\frac{\partial u}{\partial \sigma})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+m^2\left\{u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right\}+\frac{1}{2}v\left\{u\frac{\partial m^2}{\partial x}+v\frac{\partial m^2}{\partial y}\right\}+$$

$$2)\qquad +\dot{\sigma}\frac{\partial v}{\partial \sigma}=-\frac{\partial \Phi}{\partial y}-RT\frac{\partial \pi}{\partial y}-u\left\{f+\frac{1}{2}\left(u\frac{\partial m^2}{\partial y}-v\frac{\partial m^2}{\partial x}\right)\right\}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}(k_1\frac{\partial v}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial y}(k_2\frac{\partial v}{\partial y})-\frac{g}{mP_s}\frac{\partial}{\partial \sigma}(k_3\frac{\partial v}{\partial \sigma})$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+m^2\left\{u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right\}+\dot{\sigma}\frac{\partial T}{\partial \sigma}=$$

$$3)\qquad =kT\left\{\frac{\partial \pi}{\partial x}+m^2\left\{u\frac{\partial \pi}{\partial x}+v\frac{\partial \pi}{\partial y}\right\}\right\}+\frac{Q}{c_p}+$$

$$+\frac{\partial}{\partial x}(k_1\frac{\partial T}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial y}(k_2\frac{\partial T}{\partial y})+\frac{g}{c_p mP_s}\frac{\partial}{\partial \sigma}(k_3\frac{\partial T}{\partial \sigma})$$

4) $$\frac{\partial\Phi}{\partial t}+m^2\left\{u\frac{\partial\Phi}{\partial x}+v\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right\}+\dot{\sigma}\frac{\partial\Phi}{\partial\sigma}=M+$$
$$+\frac{\partial}{\partial x}(k_1\frac{\partial\Phi}{\partial x})+\frac{\partial}{\partial y}(k_2\frac{\partial\Phi}{\partial y})+\frac{g}{P_s}\frac{\partial}{\partial\sigma}(k_3\frac{\partial\Phi}{\partial\sigma})$$

5) $$\frac{\partial\pi}{\partial t}-\int_0^1 m^2\left\{u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right\}d\sigma-\int_0^1 m^2\left\{u\frac{\partial\pi}{\partial x}+v\frac{\partial\pi}{\partial y}\right\}d\sigma=0$$

6) $$\dot{\sigma}_{\sigma+\Delta\sigma}=\dot{\sigma}_{\sigma}-m^2\int_0^{\sigma+\Delta\sigma}\left\{\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+u\frac{\partial\pi}{\partial x}+v\frac{\partial\pi}{\partial y}\right\}d\sigma-A\sigma\frac{\partial\pi}{\partial t}$$

7) $$\frac{\partial\Phi}{\partial x}=-\frac{RT}{\sigma}$$

Граничным условием поставим $\frac{\partial f}{\partial n}=0$ для всей области. Начальные данные берутся со спутников и метеорологических приборов на земле.

Первые два уравнения аналогичны главе 4.2. Третье уравнение - изменения температуры окружающей среды. Четвертое - для появления и исчезновения дождя. Пятое - для изменения давление. Шестое - для изменения вертикальной скорости, а седьмое - для изменения геопотенциального давления.

Здесь u, v компоненты скорости, k_1,k_2,k_3- коэффициенты диффузии, σ - высота, T - температура, Φ - появления и исчезновения дождя, m- стереометрический коэффициент, π- давление на высоте, Q- температурный баланс, P_s- давление на земле, $\frac{\partial}{\partial\sigma}(k_3\frac{\partial}{\partial\sigma})$ - движение по вертикали, f - сила Кориолиса, R - универсальная газовая постоянная, g - ускорение свободного падения.

Численный алгоритм для решения системы уравнений:

1) Решаем (5) уравнение с помощью матричной прогонки.

2) Найденное π подставляем в (3) уравнение и находим решение с помощью метода дробных шагов, которое было подробно описано в главах 3.1 и 3.7.

3) Найденную температуру (T) подставляем в уравнение (7) и находим- Φ .

4) Найденные все значения подставляем в уравнения (1) и (2) и тоже решаем с помощью метода дробных шагов.

5) Найдены u и v подставляем в уравнения (6) и находим $\dot{\sigma}$

Затем найденные все значения подставляем в (4) уравнение и решаем с помощью метода матричной прогонки.